

RACIONALIZAÇÃO DO CÁLCULO PARA ESCOAMENTO FORÇADO EM TUBULAÇÕES

Alisson Gomes de Moraes

Doutor em engenharia civil pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), mestre em engenharia civil pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), engenheiro civil pela Universidade Nove de Julho e Tecnólogo em Obras Hidráulicas pela Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho (UNESP). Professor da Universidade Nove de Julho e engenheiro da Cia. de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP).

Podalyro Amaral de Soza

Graduado em Engenharia Civil pela Universidade de São Paulo (1971), mestrado em Engenharia Civil pela Universidade de São Paulo (1978) e doutorado em Engenharia Civil pela Universidade de São Paulo (1985). Atualmente é Professor assistente doutor da Universidade de São Paulo e Assessor ad hoc do Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo. Atuando principalmente nos seguintes temas: Vertedores, Salto de Esqui, estruturas Hidráulicas.

Resumo – Segundo SOUZA et al (1991) é possível resolver os quatro principais problemas de escoamento de fluido em tubulação sem recorrer à iterações. Este propôs quatro algoritmos para resolver tais problemas. Para cada algoritmo apresentado é necessário calcular um parâmetro de entrada: o número de Reynolds (Re), número de Rouse ($Re \cdot f^{0,5}$), ($Re \cdot f^{1/5}$) e $((Re/f)^{0,5})$. Segundo MORAES (2010), todos estes parâmetro de entrada são dependentes unicamente do número de Reynolds (Re). Além disto, o próprio fator de atrito (f) é dependente direto do número de Reynolds. Com o uso de dados experimentais, foram correlacionados matematicamente tais parâmetros de entrada com o número de Reynolds. A partir destes relacionamentos foi possível encontrar o número de Reynolds ou o número de Rouse para qualquer problema de escoamento fechado. A determinação direta destes parâmetros reduz a quantidade de cálculo em relação aos algoritmos propostos por SOUZA et al (1991), reduzindo assim o trabalho do projetista.

Abstract – According to Souza et al (1991) can solve four main problems of fluid flow in pipes without resorting to iterations. This proposed four algorithms for solving such problems. For each presented algorithm is necessary to calculate an input parameter: the Reynolds number (Re), Rouse number ($Re \cdot f^{0.5}$), ($Re \cdot f^{1/5}$) and $((Re/f)^{0.5})$. According to Moraes (2010), all these input parameter are dependent solely on the Reynolds number (Re). Moreover, the actual friction factor (f) is dependent directly from the Reynolds number. Using experimental data were correlated mathematically such input parameters with Reynolds number. From these relationships it was possible to find the Reynolds number or the number of Rouse for any pipe flow problem. The direct determination of these parameters reduces the amount of calculation compared to algorithms proposed by Souza et al (1991), thus reducing the work of the designer.

Palavras-Chave – Número de Reynolds, Escoamento Fechado, Número de Rouse, Fator de Atrito, Algoritmo.

INTRODUÇÃO

Para o cálculo para a determinação do fator de atrito do escoamento turbulento rugoso geralmente utilizam-se métodos numéricos. Tal fato deve-se às equações existentes para a sua determinação, as quais não têm solução direta de cálculo.

Tais equações são geralmente solucionadas através de iterações numéricas. Para o cálculo do fator de atrito de uma única tubulação, este cálculo é facilmente resolvido por um computador atual. Porém, para a análise de um sistema complexo de tubulações, a redução de quantidade de cálculos aumentaria substancialmente a velocidade para a solução.

OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é determinar relacionamentos entre o número de Reynolds (Re) e seus parâmetros associados, visando a redução na quantidade de cálculos para a determinação do fator de atrito do escoamento turbulento (f).

ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA

A determinação do fator de atrito do escoamento através da equação de Colebrook (equação 1) apenas pode ser obtida por métodos numéricos. Isto porque esta equação não tem solução direta. Geralmente utiliza-se o método de iterações para solucioná-la.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \cdot \log \left(\frac{k}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{\text{Re} \cdot \sqrt{f}} \right) \quad (1)$$

Chiu (1993) apresentou um novo modelo para a determinação do fator de atrito (equação 2). Tal modelo tem base totalmente conceitual e tem uma relação direta entre o número de Reynolds e o fator de atrito do escoamento. Porém nesta equação surge um elemento denominado parâmetro de entropia (M). Este parâmetro foi determinado por Moraes (2010) na forma da equação 3.

$$f = \frac{32}{\text{Re}} \left(\frac{e^M - 1}{Me^M - e^M + 1} \right) \quad (2)$$

$$M = \ln \left(\frac{\text{Re}}{435} \right) \quad (3)$$

Com a combinação destas duas equações é possível fazer a determinação direta do fator de atrito (f) para escoamento turbulento liso. Porém para escoamento turbulento rugoso, faz-se necessário corrigir o número de Reynolds (Re) para o número de Reynolds aparente (Re_a), conforme descrito por Moraes (2010). Para esta determinação, Moraes (2010) apresentou a equação (4).

$$\text{Re}_a = \text{Re} \cdot \left(1 + \frac{0,3721}{\sqrt{8}} \cdot \text{Re} \sqrt{f} \cdot \frac{k}{D} \right)^{-1} \quad (4)$$

Para a determinação do escoamento turbulento rugoso é necessário utilizar as equações (2), (3) e (4). Porém, novamente, para a determinação do fator de atrito do escoamento (f) é necessário a utilização de métodos numéricos.

Moraes (2010) estabeleceu uma relação direta entre os números de Reynolds aparente (Re_a), fator de atrito do escoamento (f) e o parâmetro de entropia (M). Portanto, é possível determinar um relacionamento numérico entre qualquer um destes parâmetros.

Estes relacionamentos otimizam os cálculos para a determinação do fator de atrito, independentemente da equação utilizada para sua determinação. Uma vez determinado qualquer um dos parâmetros de entrada com estes relacionamentos, não é mais necessário fazer uso de métodos numéricos.

DESENVOLVIMENTO DO MODELO

De acordo com Moraes (2010) o número de Reynolds aparente (Re_a) tem uma relação unívoca com o fator de atrito do escoamento (f), tanto para escoamento turbulento liso, quanto para escoamento rugoso. Esta relação é a mesma quando comparado ao número de Reynolds para o escoamento turbulento liso.

Admitindo-se tal hipótese, os estudos puderam focar na determinação unívoca entre o fator de atrito (f) e o número de Reynolds (Re) para escoamento turbulento liso. Com isto foram utilizados dados fornecidos por McKeon et al (2004). Estes dados foram obtidos empregando-se tecnologia contemporânea para a obtenção da relação entre o fator de atrito (f) e o número de Reynolds (Re) para o escoamento turbulento liso.

A partir destes dados, conforme proposto por Moraes (2010) e Souza et al (1991), foram montadas as seguintes relações entre o número de Reynolds (Re) para escoamento turbulento liso e:

- Número de Rouse ($\text{Re} \cdot f^{0,5}$);
- $((\text{Re}/f)^{0,5})$ e;
- $(\text{Re} \cdot f^{1/5})$.

Utilizando-se os dados fornecidos por McKeon et al (2004), foi possível montar a tabela 1. Nesta tabela foram determinado os valores entre o número de Reynolds (Re) e os parâmetros descritos anteriormente.

Determinado o relacionamento para diversos valores de número de Reynolds (Re) foi construído um gráfico para cada relacionamento. A partir de cada gráfico, com o auxílio da planilha eletrônica MS-Excel, foram determinadas as equações que reproduzem matematicamente estes relacionamentos.

O relacionamento entre o número de Reynolds (Re) e o número de Rouse ($\text{Re} \cdot f^{0,5}$) é apresentado no gráfico da figura 1. O ajuste entre estes parâmetros forneceu, através do ajuste numérico a equação (5).

$$\text{Re} = 5 \cdot 10^{-7} \cdot (\text{Re} \cdot \sqrt{f})^2 + 10,528 \cdot (\text{Re} \cdot \sqrt{f}) \quad (5)$$

O gráfico da figura 2 é a relação inversa em relação ao gráfico da figura 1. Este gráfico relaciona o número de Rouse ($\text{Re} \cdot f^{0,5}$) com o número de Reynolds (Re). A partir do ajuste, foi obtida a equação (6).

$$\text{Re} \cdot \sqrt{f} = -3 \cdot 10^{-10} \cdot (\text{Re})^2 + 0,0939 \cdot (\text{Re}) \quad (6)$$

A figura 3 apresenta a relação entre o número de Reynolds (Re) e o parâmetro $((\text{Re}/f)^{0,5})$. O ajuste numérico entre tais parâmetros fornece a equação (7).

$$Re = 0,2313 \cdot \left(\sqrt{\frac{Re}{f}} \right)^{1,678} \quad (7)$$

A última relação analisa foi entre o número de Reynolds (Re) e o parâmetro ((Re*f^(1/5))). A partir do ajuste entre estes parâmetros é obtida a equação (8).

$$Re = 10^{-8} \cdot \left(Re \cdot f^{1/5} \right)^2 + 2,5707 \cdot \left(Re \cdot f^{1/5} \right) \quad (8)$$

Em todos os ajuste, os coeficientes de correlação obtidos nos ajustes foram superiores a 0,999. Com isto, as relações podem ser consideradas de

Tabela 1 – Relação do Número de Reynolds (Re) com seus parâmetros dependentes. Fonte: Moraes (2010)

Re	f	Relacionamentos					Re	f	Relacionamentos				
		Re(f^0,5)	Re(f)^0,5	Re(f^1/5)	1/f^0,5	log(Re)			Re(f^0,5)	(Re/f)^0,5	Re(f^1/5)	1/f^0,5	log(Re)
1,120E+01	5,537E+00	26,35	1,42	1,577E+01	0,42	1,05	1,090E+04	3,088E-02	1915,42	594,12	5,437E+03	5,69	4,04
2,022E+01	3,492E+00	37,78	2,41	2,597E+01	0,54	1,31	1,365E+04	2,903E-02	2325,71	685,71	6,725E+03	5,87	4,14
2,928E+01	2,329E+00	44,68	3,55	3,467E+01	0,66	1,47	1,899E+04	2,670E-02	3102,99	843,35	9,201E+03	6,12	4,28
4,319E+01	1,523E+00	53,30	5,33	4,698E+01	0,81	1,64	2,943E+04	2,386E-02	4545,96	1110,61	1,394E+04	6,47	4,47
5,773E+01	1,173E+00	62,52	7,02	5,960E+01	0,92	1,76	3,131E+04	2,364E-02	4814,01	1150,85	1,481E+04	6,50	4,50
6,458E+01	9,863E-01	64,14	8,09	6,440E+01	1,01	1,81	4,085E+04	2,086E-02	5899,96	1399,39	1,884E+04	6,92	4,61
8,605E+01	7,826E-01	76,12	10,49	8,193E+01	1,13	1,93	4,144E+04	2,216E-02	6168,86	1367,49	1,934E+04	6,72	4,62
1,133E+02	5,709E-01	85,61	14,09	1,013E+02	1,32	2,05	5,636E+04	2,061E-02	8091,14	1653,66	2,593E+04	6,97	4,75
1,353E+02	4,815E-01	93,88	16,76	1,169E+02	1,44	2,13	5,636E+04	2,061E-02	8091,14	1653,66	2,593E+04	6,97	4,75
1,575E+02	4,182E-01	101,85	19,41	1,323E+02	1,55	2,20	5,636E+04	2,061E-02	8091,14	1653,66	2,593E+04	6,97	4,75
1,794E+02	3,655E-01	108,46	22,15	1,467E+02	1,65	2,25	5,922E+04	2,000E-02	8374,97	1720,76	2,708E+04	7,07	4,77
2,064E+02	3,237E-01	117,43	25,25	1,647E+02	1,76	2,31	7,397E+04	1,929E-02	10273,58	1958,22	3,358E+04	7,20	4,87
2,280E+02	2,884E-01	122,44	28,12	1,778E+02	1,86	2,36	8,476E+04	1,805E-02	11387,53	2166,99	3,797E+04	7,44	4,93
2,709E+02	2,433E-01	133,62	33,37	2,042E+02	2,03	2,43	9,846E+04	1,815E-02	13264,72	2329,12	4,416E+04	7,42	4,99
3,152E+02	2,077E-01	143,65	38,96	2,302E+02	2,19	2,50	1,200E+05	1,686E-02	15581,53	2667,85	5,303E+04	7,70	5,08
3,589E+02	1,834E-01	153,70	44,24	2,557E+02	2,34	2,55	1,456E+05	1,666E-02	18793,12	2956,26	6,419E+04	7,75	5,16
4,029E+02	1,656E-01	163,96	49,33	2,812E+02	2,46	2,61	1,760E+05	1,594E-02	22220,65	3322,86	7,691E+04	7,92	5,25
4,502E+02	1,475E-01	172,90	55,25	3,070E+02	2,60	2,65	1,848E+05	1,594E-02	23331,69	3404,92	8,076E+04	7,92	5,27
5,225E+02	1,245E-01	184,36	64,78	3,444E+02	2,83	2,72	2,296E+05	1,529E-02	28390,67	3875,09	9,951E+04	8,09	5,36
5,831E+02	1,126E-01	195,66	71,96	3,767E+02	2,98	2,77	2,377E+05	1,511E-02	29218,74	3966,27	1,028E+05	8,14	5,38
6,718E+02	9,917E-02	211,56	82,31	4,232E+02	3,18	2,83	2,982E+05	1,462E-02	36056,31	4516,27	1,281E+05	8,27	5,47
7,898E+02	8,501E-02	230,28	96,39	4,824E+02	3,43	2,90	3,085E+05	1,461E-02	37288,96	4595,18	1,325E+05	8,27	5,49
8,910E+02	7,722E-02	247,60	107,42	5,339E+02	3,60	2,95	4,081E+05	1,384E-02	48010,32	5430,19	1,734E+05	8,50	5,61
1,013E+03	6,707E-02	262,35	122,90	5,901E+02	3,86	3,01	4,678E+05	1,365E-02	54654,58	5854,15	1,982E+05	8,56	5,67
1,197E+03	5,880E-02	290,26	142,68	6,792E+02	4,12	3,08	5,378E+05	1,324E-02	61882,06	6373,33	2,265E+05	8,69	5,73
1,300E+03	5,328E-02	300,07	156,20	7,232E+02	4,33	3,11	5,378E+05	1,324E-02	61882,06	6373,33	2,265E+05	8,69	5,73
1,390E+03	4,815E-02	305,01	169,91	7,578E+02	4,56	3,14	7,507E+05	1,249E-02	83897,23	7752,68	3,124E+05	8,95	5,88
1,669E+03	4,304E-02	346,25	196,92	8,897E+02	4,82	3,22	8,242E+05	1,244E-02	91926,94	8139,66	3,428E+05	8,97	5,92
1,994E+03	3,739E-02	385,57	230,93	1,033E+03	5,17	3,30	1,024E+06	1,183E-02	111376,18	9303,74	4,216E+05	9,19	6,01
2,227E+03	3,405E-02	410,94	255,74	1,133E+03	5,42	3,35	1,050E+06	1,198E-02	114925,85	9361,95	4,334E+05	9,14	6,02
2,554E+03	3,091E-02	449,02	287,45	1,274E+03	5,69	3,41	1,342E+06	1,131E-02	142719,67	10892,94	5,476E+05	9,40	6,13
2,868E+03	2,804E-02	480,25	319,82	1,403E+03	5,97	3,46	1,791E+06	1,079E-02	186039,99	12883,60	7,239E+05	9,63	6,25
2,903E+03	3,182E-02	517,84	302,05	1,457E+03	5,61	3,46	2,352E+06	1,028E-02	238470,07	15125,93	9,415E+05	9,86	6,37
2,926E+03	3,846E-02	573,82	275,82	1,525E+03	5,10	3,47	3,109E+06	9,890E-03	309185,32	17730,14	1,235E+06	10,06	6,49
2,955E+03	3,363E-02	541,90	296,43	1,499E+03	5,45	3,47	4,438E+06	9,410E-03	430508,88	21716,95	1,745E+06	10,31	6,65
2,991E+03	4,124E-02	607,40	269,31	1,581E+03	4,92	3,48	6,103E+06	8,970E-03	578015,64	26084,08	2,377E+06	10,56	6,79
2,997E+03	3,500E-02	560,69	292,62	1,533E+03	5,35	3,48	7,757E+06	8,620E-03	720190,56	29998,07	2,998E+06	10,77	6,89
3,047E+03	3,875E-02	599,80	280,41	1,590E+03	5,08	3,48	1,031E+07	8,250E-03	936452,25	35351,05	3,950E+06	11,01	7,01
3,080E+03	4,285E-02	637,57	268,10	1,640E+03	4,83	3,49	1,031E+07	8,250E-03	936452,25	35351,05	3,950E+06	11,01	7,01
3,264E+03	4,260E-02	673,68	276,80	1,736E+03	4,85	3,51	1,368E+07	7,980E-03	1222045,97	41403,93	5,206E+06	11,19	7,14
3,980E+03	3,995E-02	795,50	315,63	2,090E+03	5,00	3,60	1,830E+07	7,670E-03	1602687,21	48845,87	6,909E+06	11,42	7,26
4,835E+03	3,797E-02	942,14	356,84	2,514E+03	5,13	3,68	2,413E+07	7,400E-03	2075741,09	57103,51	9,045E+06	11,62	7,38
5,959E+03	3,610E-02	1132,21	406,29	3,067E+03	5,26	3,78	3,015E+07	7,200E-03	2558312,33	64710,90	1,124E+07	11,79	7,48
8,162E+03	3,364E-02	1497,01	492,57	4,142E+03	5,45	3,91	3,554E+07	7,080E-03	2990432,83	70850,36	1,320E+07	11,88	7,55

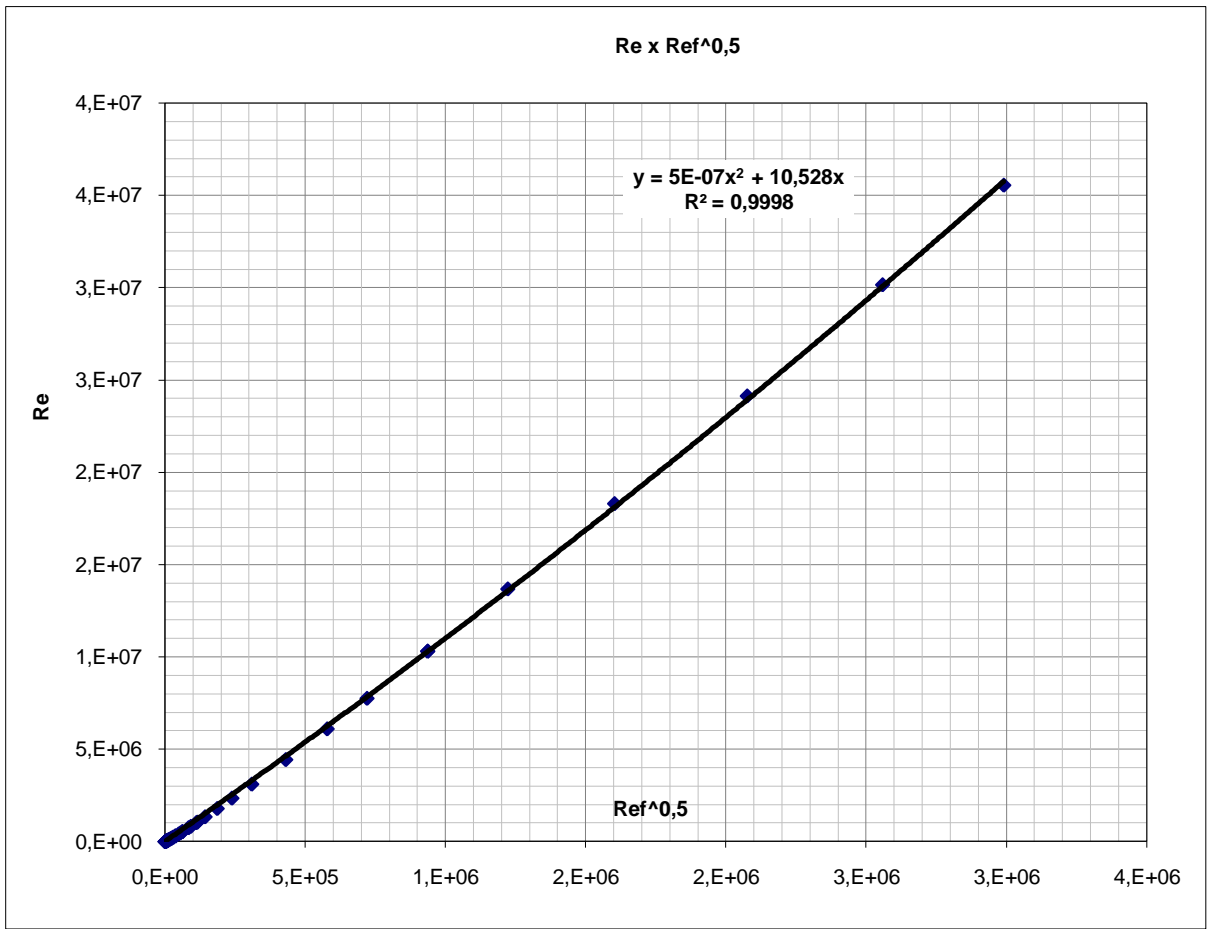


Figura 1 – Relacionamento entre o número de Rouse e o número de Reynolds.

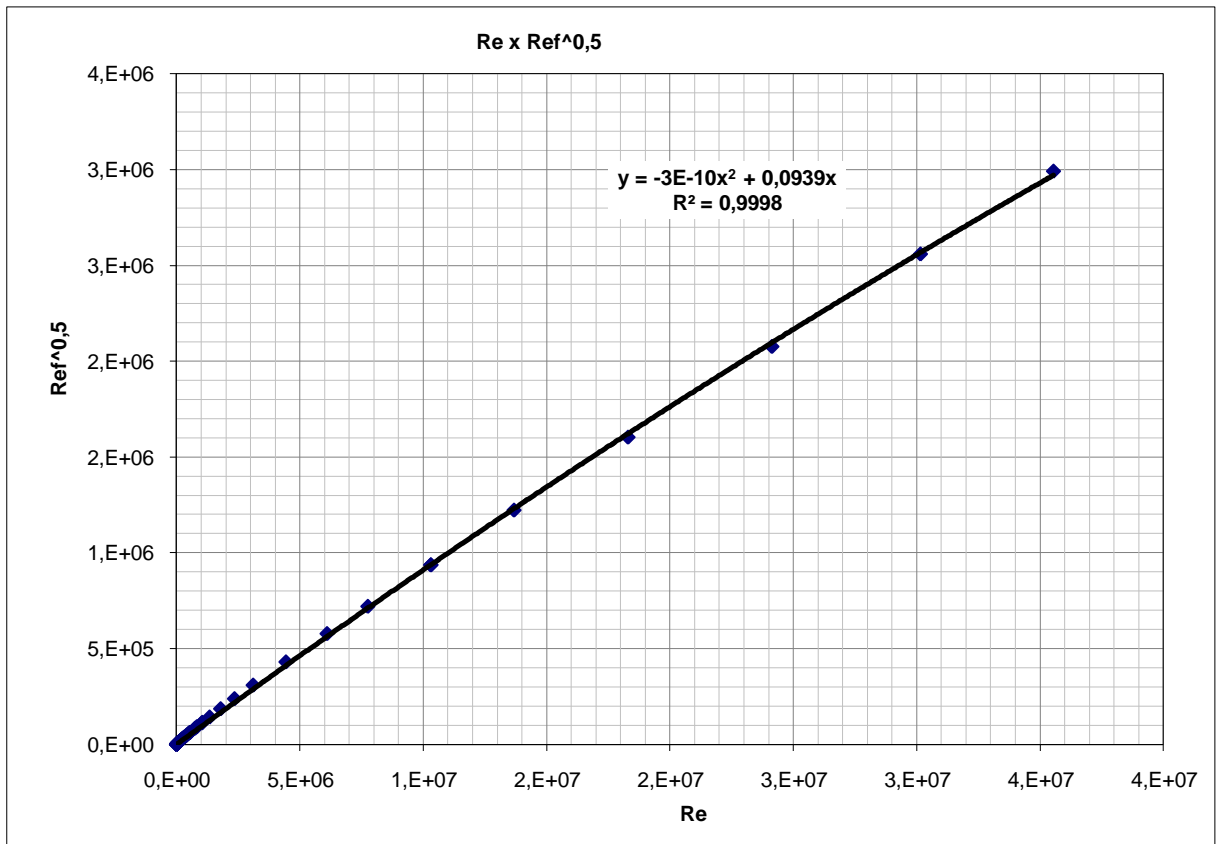


Figura 2 – Relacionamento entre o número de Reynolds e o número de Rouse.

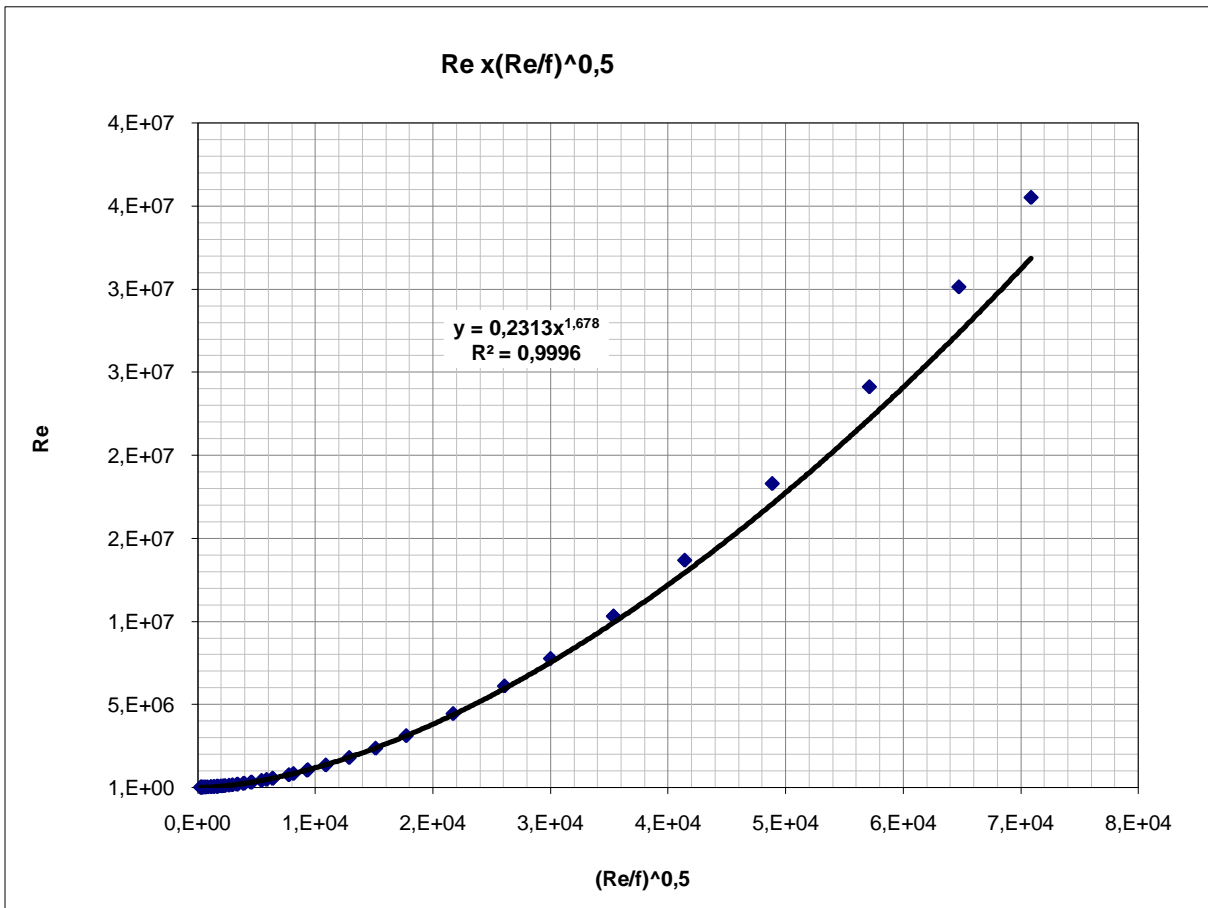


Figura 3 – Relacionamento entre o número de Reynolds e $((Re/f)^{0,5})$.

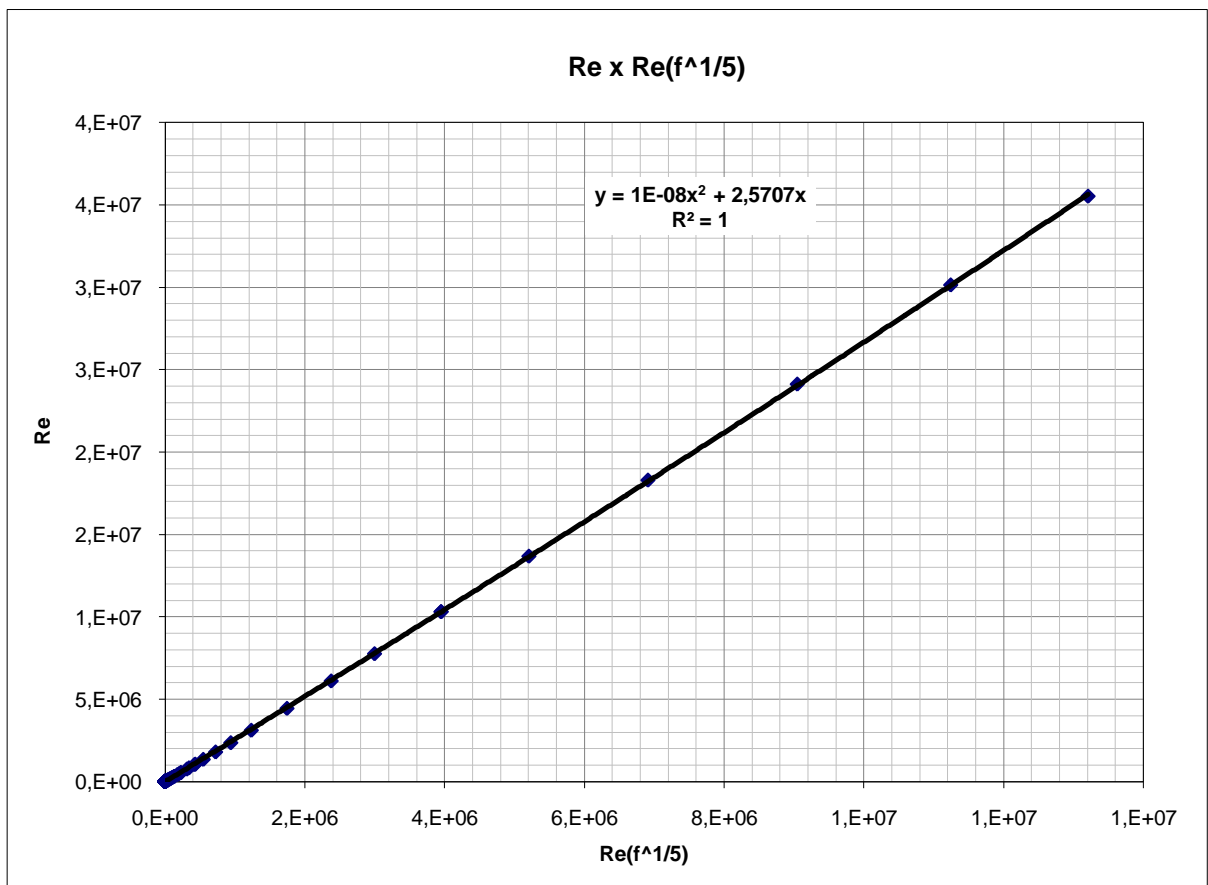


Figura 4 – Relacionamento entre o número de Reynolds e $(Re*f^{(1/5)})$.

CONCLUSÃO

As equações (5), (6), (7) e (8) tem coeficiente de correlação os quais habilitam seu uso. Tais relacionamentos simplificam os algoritmos propostos por Souza et al (1991), uma vez que facilmente é possível obter o número de Reynolds (Re).

Conforme Moraes (2010) demonstrou, a partir destes relacionamentos é possível construir novos fluxogramas para o cálculo do escoamento (em anexo). Tais fluxogramas podem atender plenamente as quatro variações de cálculo do escoamento forçado em tubulações propostas por Souza et al (1991).

BIBLIOGRAFIA

1. CHIU ; GWO, F. K. e JYH, M. L. Application of probability and entropy concepts in pipe-flow study. **American Society of Civil Engineers – Journal of Hydraulic Engineering**. Reston, vol. 119 (6), p. 742-756, 1993.
2. MORAES, A. G.. **Entropia máxima na modelação do fator de atrito (f) de escoamento forçado**. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP) para a obtenção do título de Doutor em Engenharia. São Paulo, 2010.
3. PORTO, R. M.. **Hidráulica Básica**. São Carlos: EESC-USP, ed. 3, 2004. 519p.
4. SOUZA, P. A.; MARTINS, J. R. S.; FADIGA JUNIOR, F. M.. **Métodos computacionais aplicados à engenharia hidráulica**. São Paulo: CTH, 1991.

ANEXOS

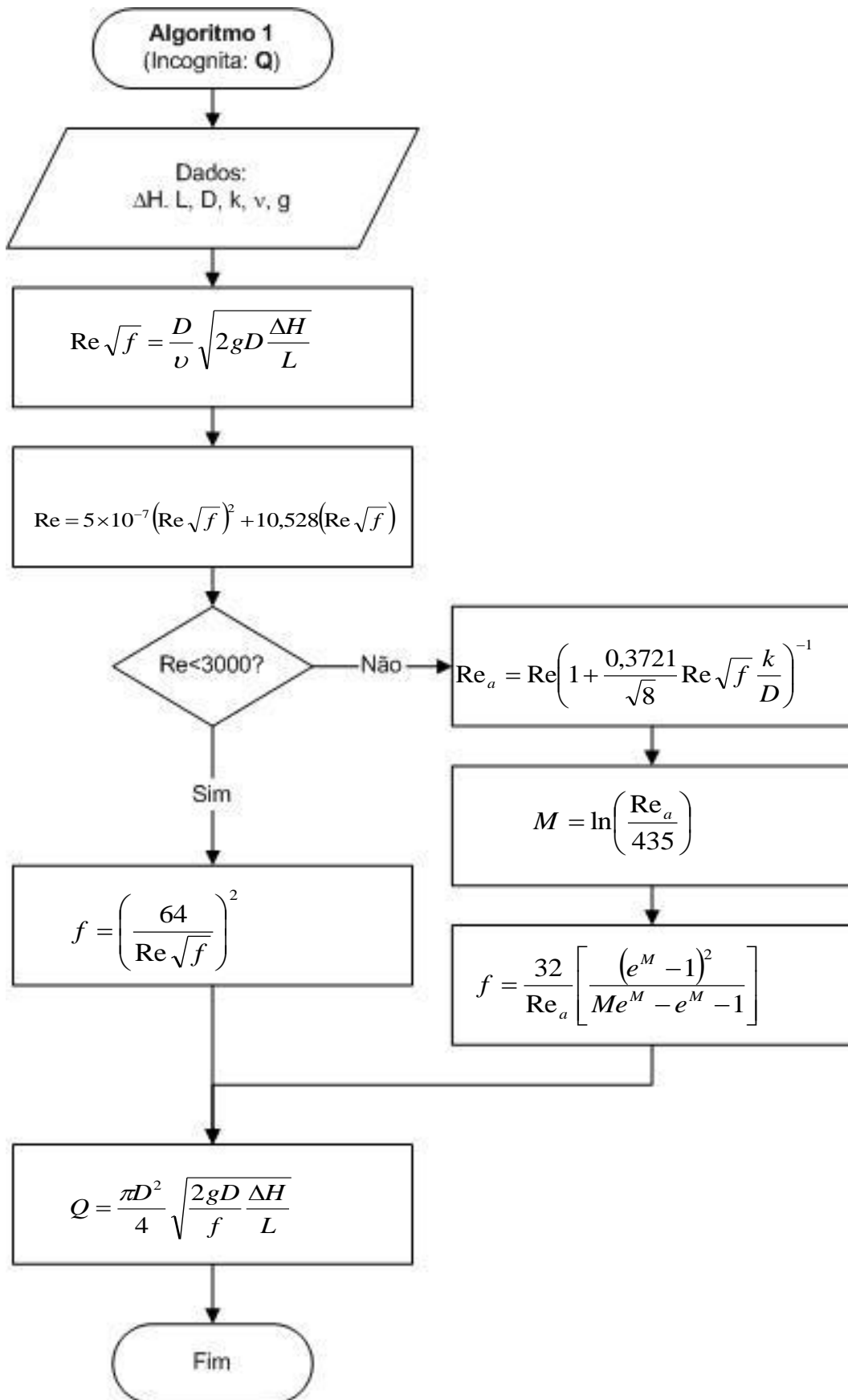


Figura 5 - Algoritmo de cálculo 1. Fonte: MORAES (2010)

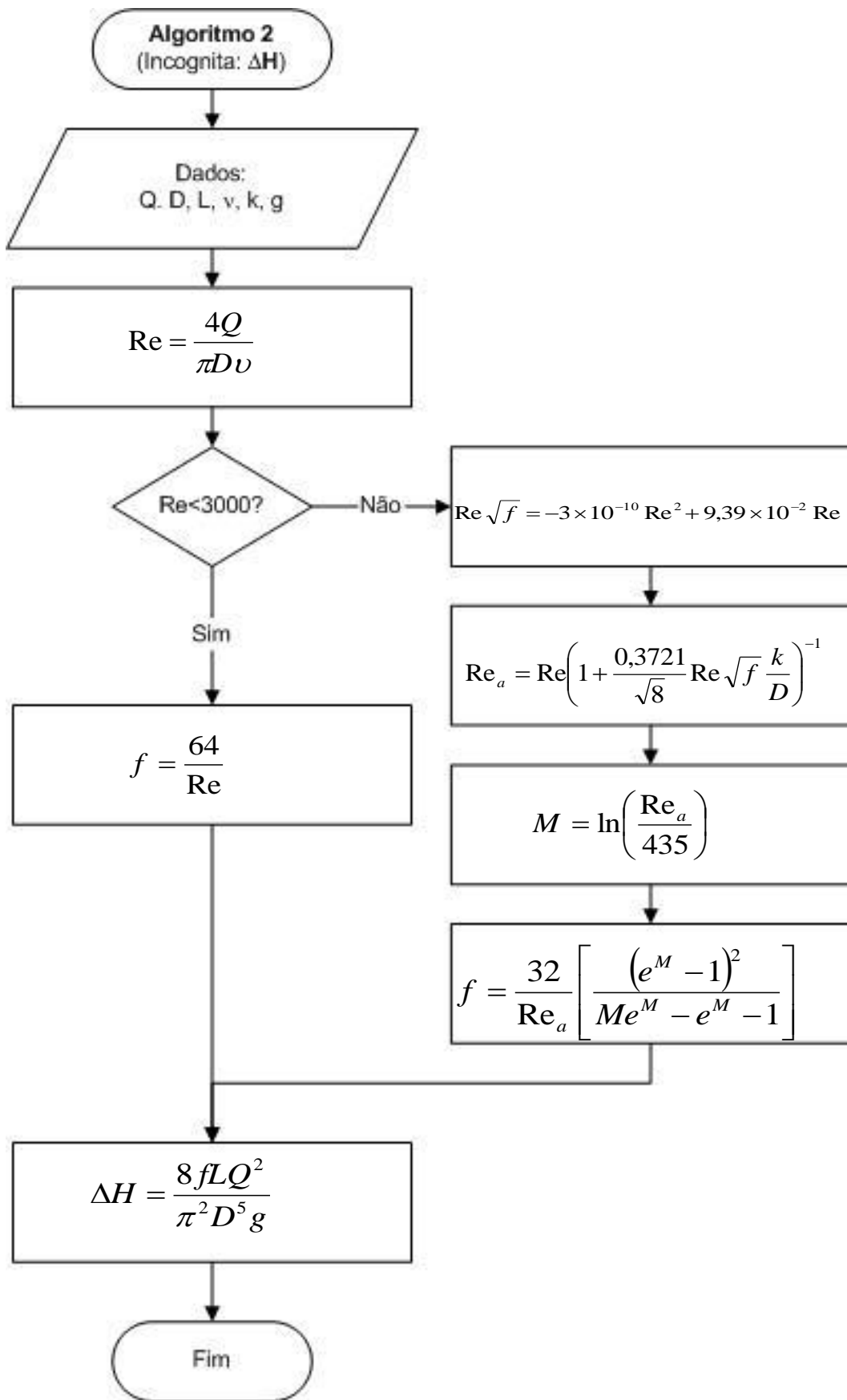


Figura 6 - Algoritmo de cálculo 2. Fonte: MORAES (2010)

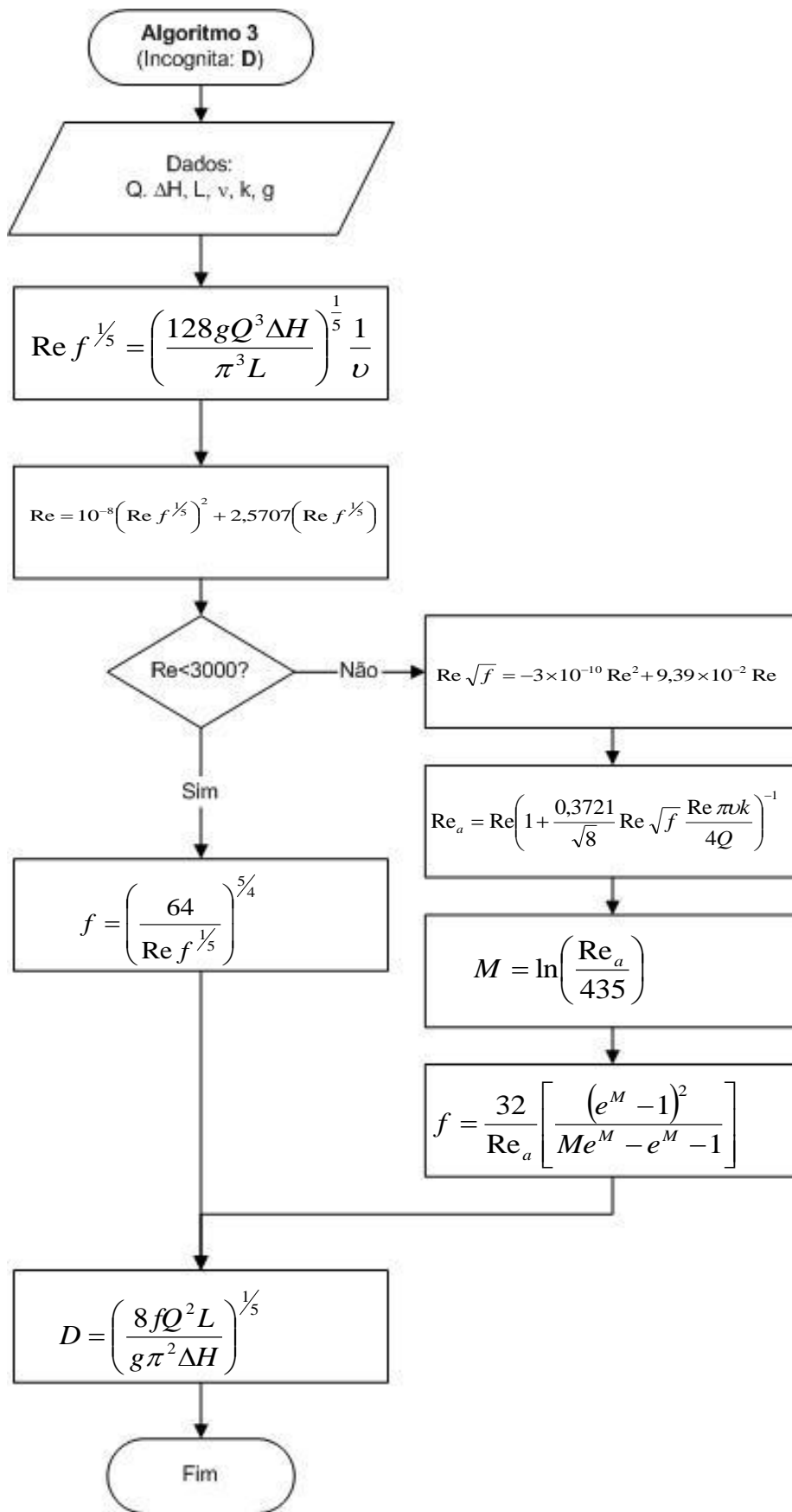


Figura 7 - Algoritmo de cálculo 3. Fonte: MORAES (2010)

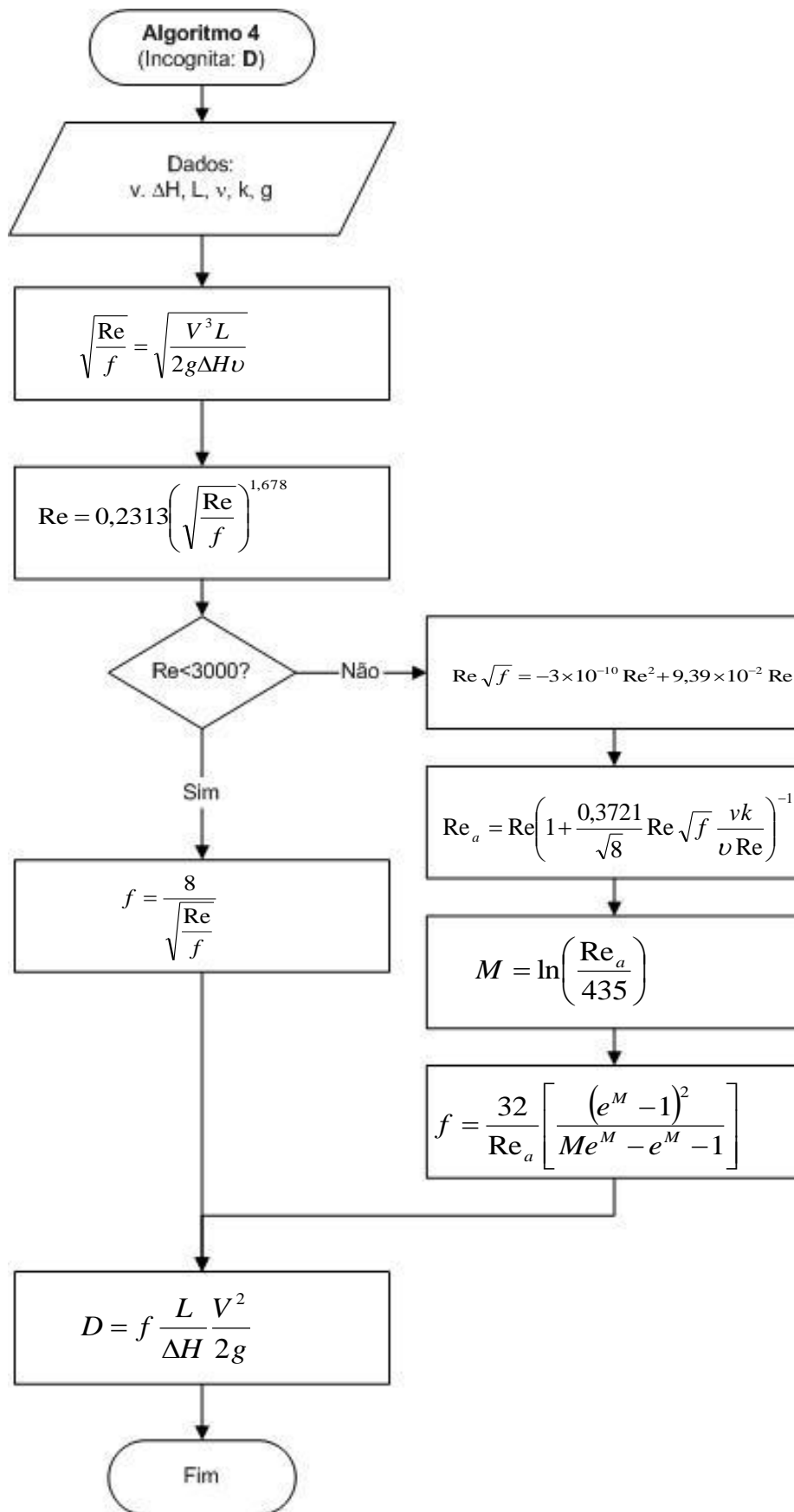


Figura 8 - Algoritmo de cálculo 4. Fonte: MORAES (2010)