

# INFLUÊNCIA DA RUGOSIDADE DA PAREDE DO TUBO SOBRE O NÚMERO DE REYNOLDS

## Alisson Gomes de Moraes

Doutor em engenharia civil pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), mestre em engenharia civil pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), engenheiro civil pela Universidade Nove de Julho e Tecnólogo em Obras Hidráulicas pela Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho (UNESP). Professor da Universidade Nove de Julho e engenheiro da Cia. de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP).

## Podalyro Amaral de Soza

Graduado em Engenharia Civil pela Universidade de São Paulo (1971), mestrado em Engenharia Civil pela Universidade de São Paulo (1978) e doutorado em Engenharia Civil pela Universidade de São Paulo (1985). Atualmente é Professor assistente doutor da Universidade de São Paulo e Assessor ad hoc do Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo. Atuando principalmente nos seguintes temas: Vertedores, Salto de Esqui, estruturas Hidráulicas.

**Resumo** – COLEBROOK (1939) apresentou um equacionamento para o fator de atrito da fórmula universal o qual leva em conta a turbulência provocada pela interação do escoamento com a parede rugosa do tubo. Este equacionamento serviu como base para a modelagem da influência da rugosidade das paredes do tubo sobre o do escoamento e, conseqüentemente, sobre o número de Reynolds. Ao se ajustar dados experimentais ao modelo, foi possível desenvolver um equacionamento aplicável para determinação da influência da rugosidade da parede do tubo sobre o número de Reynolds. Com este novo valor do número de Reynolds, o qual foi denominado de número de Reynolds aparente ( $Re_a$ ), aplicado a qualquer equacionamento do fator de atrito ( $f$ ) para escoamento turbulento liso, é possível determinar o fator de atrito ( $f$ ) em condição de escoamento turbulento rugoso.

**Abstract** – COLEBROOK (1939) presented an equation for the friction factor of the universal formula which takes into account the turbulence caused by the interaction of flow with the rough wall of the pipe. This equation was the basis for modeling the influence of the roughness of the walls of the pipe on the fluid flow and hence on the Reynolds number. By adjusting experimental data to the model, it was possible to develop an equation applicable to determining the influence of pipe wall roughness on the Reynolds number. With this new value of the Reynolds number, which was called the apparent Reynolds number ( $Re_a$ ), applied to any equation of friction factor ( $f$ ) for smooth turbulent flow, it is possible to determine the friction factor ( $f$ ) in condition rough turbulent flow.

**Palavras-Chave** – Número de Reynolds, Rugosidade, Viscosidade, Fator de Atrito, Escoamento e Turbulência.

## INTRODUÇÃO

A turbulência é um fenômeno que ocorre em escoamentos em tubulações com número de Reynolds, segundo MORAES (2010), a partir de 3.000. O número de Reynolds generalizado para tubulações demonstra a influência da turbulência do escoamento, contemplando também a influência da rugosidade das paredes do tubo.

Colebrook em 1939 propôs um equacionamento para o fator de atrito, o qual é dividido em duas partes. A primeira foi desenvolvida a partir dos estudos de Nikuradse para a determinação da influência da turbulência intrínseca ao escoamento. Já a segunda foi desenvolvida a partir dos estudos empíricos, resultando em uma parcela que considera a influência da rugosidade das paredes do tubo no escoamento.

## OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo tornar explícita o equacionamento desenvolvido por Colebrook para determinar a influência da rugosidade das paredes do tubo.

## DESENVOLVIMENTO DO MODELO

COLEBROOK & WHITE (1937) realizaram estudos em modelos físicos de tubos inserindo uma rugosidade artificial. O ponto de partida destes autores foi o equacionamento desenvolvido por Nikuradse, equação (1).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \cdot \log \left( \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}} \right) \quad (1)$$

Com os dados dos ensaios COLEBROOK & WHITE (1937) propuseram um gráfico em forma de harpa relacionando o fator de atrito ao número de Reynolds (Re). Esta representava bem os escoamentos laminar, turbulento liso e turbulento rugoso. Porém representava mal o escoamento turbulento misto devido à granulometria da areia utilizada como rugosidade ser uniforme.

COLEBROOK (1939) apud PORTO (2004) apresentou a equação 2, que, diferentemente de COLEBROOK & WHITE (1937), este trabalho utilizou tubos comerciais para a determinação do fator de atrito a partir do número de Reynolds (Re). Tal consideração aprimorou o estudo anterior, consequentemente, tornou-se uma equação que representava melhor a relação entre o fator de atrito (f) e o número de Reynolds (Re).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \cdot \log \left( \frac{k}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{\text{Re} \cdot \sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

Comparando as equações (1) e (2) nota-se que a diferença entre estas é o aparecimento de um termo contendo a rugosidade e o diâmetro do tubo, dentro da equação (2). Esta diferença surgiu em função da equação (2) considerar, além do escoamento turbulento liso, também os escoamentos turbulento misto e turbulento rugoso.

Portanto está implícita a existência de um termo que reflete a influência das rugosidades das paredes do tubo sobre o fator de atrito do escoamento. Para determinar este termo, o termo que representa a influência da viscosidade do fluido foi colocado em evidência na equação (3).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left\{ \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \left[ 1 + \frac{0,304}{\sqrt{8}} \text{Re} \sqrt{f} \left( \frac{k}{D} \right) \right] \right\} \quad (3)$$

Caso o termo entre colchetes fosse suprimido, a equação (3) tornar-se-ia igual à equação (1). Portanto é possível afirmar que o termo entre colchetes representa a influência da rugosidade das paredes do tubo sobre o escoamento.

Segundo MORAES (2010) o termo entre colchetes altera o número de Reynolds (Re). Este número de Reynolds foi denominado número de Reynolds aparente ( $\text{Re}_a$ ). O número de Reynolds aparente ( $\text{Re}_a$ ) não apenas expressa a turbulência relativa à viscosidade, mas também a turbulência relativa à interação entre o escoamento e a rugosidade das paredes do tubo.

$$\text{Re}_a = \text{Re} \cdot \left[ 1 + \frac{0,304}{\sqrt{8}} \text{Re} \sqrt{f} \left( \frac{k}{D} \right) \right]^{-1} \quad (4)$$

Moraes (2010) corrigiu o valor “0,304” na equação (4) utilizando dados obtidos em ensaios em laboratório de outros autores. Este estudo resultou em um valor de 0,3721 para esta constante.

$$\text{Re}_a = \text{Re} \cdot \left[ 1 + \frac{0,3721}{\sqrt{8}} \text{Re} \sqrt{f} \left( \frac{k}{D} \right) \right]^{-1} \quad (5)$$

Ao corrigir o número de Reynolds (Re) através da equação (4), aplica-se a este o efeito relativo à rugosidade das paredes do tubo. Com o número de Reynolds aparente ( $\text{Re}_a$ ) é possível transformar qualquer equação para determinação do fator de atrito (f) do escoamento, a partir do número de Reynolds (Re), para o regime turbulento liso, para o regime turbulento misto ou rugoso.

## ANÁLISE DE CONSISTÊNCIA

Para a análise de consistência da equação (4) foram verificadas as seguintes hipóteses:

1. Quando a tubulação tiver rugosidade relativa desprezível, ou seja, a relação entre a rugosidade e o diâmetro for muito próxima de zero, o número de Reynolds aparente ( $\text{Re}_a$ ) será praticamente igual ao número de Reynolds calculado com a viscosidade molecular (Re);
2. Analisando-se a figura (1) é possível verificar que o fator de atrito (f) para escoamento rugoso é maior quando existe a influência da rugosidade das paredes do tubo para um mesmo número de Reynolds (Re). Portanto, quando comparado apenas em relação ao escoamento turbulento liso, o número de Reynolds aparente ( $\text{Re}_a$ ) deve ser menor em relação ao número de Reynolds molecular (Re).

Para verificação da primeira afirmação foi aplicado o limite da rugosidade relativa ( $k/D$ ) tendendo a zero na equação (5). Com isto, foi verificado que a primeira afirmação é atendida.

$$\lim_{k/D \rightarrow 0} \text{Re} \cdot \left[ 1 + \frac{0,3721}{\sqrt{8}} \text{Re} \sqrt{f} \left( \frac{k}{D} \right) \right]^{-1} = \text{Re} \quad (6)$$

A segunda condição foi verificada aplicando-se o limite da rugosidade relativa ( $k/D$ ) tendendo ao infinito na equação (6). O resultado desta aplicação, zero, condiz com a “hipótese” lançada para a verificação da equação.

$$\lim_{k/D \rightarrow \infty} \text{Re} \cdot \left[ 1 + \frac{0,3721}{\sqrt{8}} \text{Re} \sqrt{f} \left( \frac{k}{D} \right) \right]^{-1} = 0 \quad (7)$$

A equação foi considerada consistente por satisfazer as condições esperadas (levantadas). Conceitualmente a equação (5) atente à sua função.

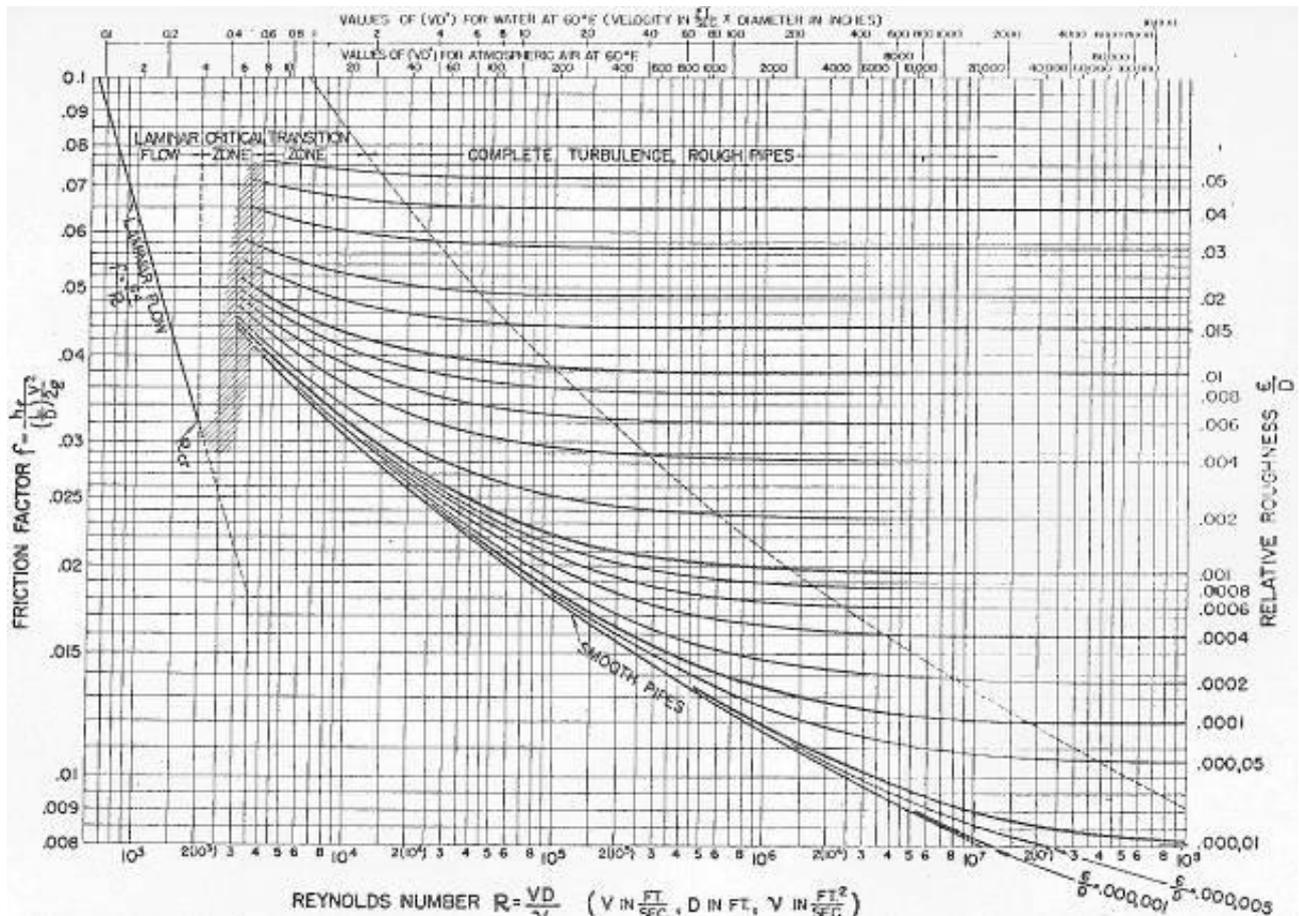


Figura 1 - Diagrama de Moody. Fonte: MOODY (1944).

## APLICAÇÃO

Para a verificação da aplicação da equação (5) foi utilizada uma equação empírica para a determinação do fator de atrito em tubos lisos. A equação utilizada para a verificação de sua aplicação foi a fórmula conceitual do fator de atrito proposta por CHIU et al (1993), baseada no conceito da entropia máxima. Complementando a equação (8), foi utilizada equação (9), desenvolvida por Moraes (2010), a qual determinou uma relação entre o parâmetro de entropia (M) e o número de Reynolds (Re).

$$f = \frac{32}{\text{Re}} \left( \frac{e^M - 1}{Me^M - e^M + 1} \right) \quad (8)$$

$$M = \ln \left( \frac{\text{Re}}{435} \right) \quad (9)$$

MORAES (2010) comparou os resultados obtidos através do uso das equações (5), (8) e (9) com os resultados obtidos através da equação de Colebrook, equação (2). Foram levantados valores de número de Reynolds (Re) e rugosidade relativa os quais pudessem montar uma harpa semelhante ao diagrama em forma harpa proposto por MOODY (1944), figura 1.

## Comparação dos modelos de Chiu (Entropia) X Colebrook

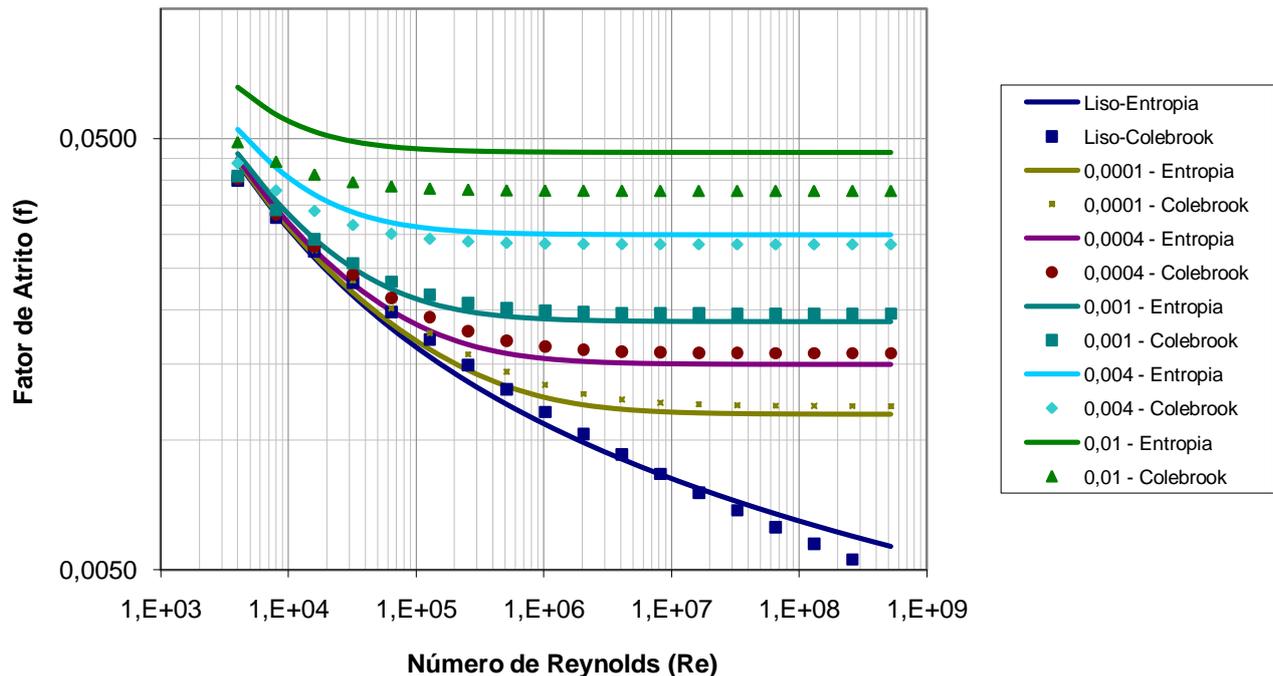


Figura 2 - Comparação entre os Modelos de Chiu e Colebrook. Fonte: Moraes (2010)

### CONCLUSÃO

Este trabalho determinou um equacionamento explícito para determinar a influência da rugosidade das paredes do tubo sobre o escoamento. A equação (5) pode ser utilizada para determinar o acréscimo de turbulência no escoamento. Este acréscimo de turbulência é determinante para o cálculo do fator de atrito em escoamentos turbulentos rugosos.

A equação (5) faz a transformação do número de Reynolds ( $Re$ ) do escoamento liso para o número de Reynolds aparente ( $Re_a$ ). Este último leva em consideração os efeitos da rugosidade das paredes da tubulação para a determinação do fator de atrito.

Foram verificadas tanto a consistência quanto a aplicação da equação (5). Em ambos os casos esta se mostrou aplicável para a determinação do número de Reynolds aparente ( $Re_a$ ).

A equação (5) pode auxiliar tanto as pesquisas quanto os projetistas a determinar o fator de atrito para o escoamento turbulento rugoso tendo como base qualquer equação proposta para o escoamento turbulento liso a partir do número de Reynolds ( $Re$ ).

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. CHIU ; GWO, F. K. e JYH, M. L. Application of probability and entropy concepts in pipe-flow study. **American Society of Civil Engineers – Journal of Hydraulic Engineering**. Reston, vol. 119 (6), p. 742-756, 1993.
2. COLEBROOK, C. F.; WHITE, C. M.. **Experiments with fluid friction in roughened pipes**. Imperial College, London, 1937.
3. MOODY, L. F.. Friction factors for pipe flow. **Transactions of the A.S.M.E.** Princeton: Princeton University, vol. 66, p. 671-684, 1944
4. MORAES, A. G.. **Entropia máxima na modelação do fator de atrito (f) de escoamento forçado**. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP) para a obtenção do título de Doutor em Engenharia. São Paulo, 2010.
5. PORTO, R. M.. **Hidráulica Básica**. São Carlos: EESC-USP, ed. 3, 2004. 519p.
6. SOUZA, P. A.; MARTINS, J. R. S.; FADIGA JUNIOR, F. M.. **Métodos computacionais aplicados à engenharia hidráulica**. São Paulo: CTH, 1991.