

Modélisation multivariée des précipitations max-annuelles par copules pour l'étude de stationnarité des pluies méditerranéennes françaises.

Nicolas PUJOL⁽¹⁾, Luc NEPPEL⁽¹⁾, Robert SABATIER⁽²⁾

(1) Université Montpellier 2 – Maison des Sciences de l'Eau – UMR 5569 Hydrosciences – UM2 / CNRS / IRD – cc MSE - 34095 MONTPELLIER Cedex 5, France
pujol@msem.univ-montp2.fr, neppel@msem.univ-montp2.fr

(2) Laboratoire de physique industrielle et traitement de l'information – UFR Pharmacie, UM1 et EA 2415 – 641, Avenue Gaston Giraud – 34093 Montpellier Cedex 5, France
sabatier@univ-montp1.fr

Résumé : *cet article étudie la modélisation multivariée des précipitations extrêmes via les copules gaussienne, de Student, et de Gumbel, et examine quelles sont les conséquences du choix de la modélisation sur l'étude régionale de stationnarité. Les illustrations montrent que ces trois modélisations engendrent des résultats très différents, tant au niveau du calcul des quantiles, en raison de l'estimation du paramètre de forme de la loi marginale GEV (Generalized Extreme Value), qu'aux niveaux du test de stationnarité et de l'ampleur des tendances qui varient du simple au double suivant la copule choisie.*

Mots-clés : *précipitations extrêmes, copules multivariées, étude de stationnarité, test de déviance.*

Abstract : *this paper studies the multivariate modelling of extreme precipitations thanks to the gaussian, Student and Gumbel copulas. We examine what are the consequences of the modelling choice on the regional study of stationarity. Illustrations show that these three modelling give very different results, on the one hand for the quantiles estimates, owing to the form parameter estimate of the GEV marginal law (Generalized Extreme Value), on the other hand for the stationarity test and for the detected tendencies which vary from the simple to the double according to the chosen copulae.*

Key words : *extreme rainfall, multivariate copulas, study of stationarity, test of deviance.*

[1] Introduction

Parallèlement au contexte de changement climatique global, la vulnérabilité face aux événements hydrologiques extrêmes est en constante augmentation, notamment en France. Une urbanisation mal maîtrisée a conduit la population à être de plus en plus exposée au risque d'inondation. En outre, la surmédiatisation de tels événements ces dernières années, comme les inondations de novembre 1999 dans l'Aude (Bechtold & Bazile, 2001; Neppel *et al.*, 2001) ou de septembre 2002 dans le Gard (Neppel *et al.*, 2003), a conduit à la perception

d'une recrudescence des événements extrêmes. Cependant, si l'effet du changement climatique sur les températures maximales est avéré (GIEC, 2001), son impact sur le régime des pluies extrêmes n'est pas établi. De plus, un tel changement, s'il a lieu, ne peut être localisé en un point et a obligatoirement eu un impact à l'échelle régionale. Cette étude examine les changements régionaux dans des séries de précipitations extrêmes du pourtour méditerranéen français, dont la modélisation multivariée est réalisée par des fonctions copules.

[2] Données

Nous disposons de 92 longues séries pluviométriques (Figure 1) de la banque PLUVIO de Météo France. Chacune fournit, au moins, 56 ans de mesures journalières jusqu'au 31 décembre 2004, et les données manquantes n'excèdent pas 2% dans les séries. Les changements météorologiques ont été vérifiés : les tests de rupture de Pettitt et Buishand (*Lang et al.*, 2003) ont été appliqués aux séries max annuelles. Les résultats ont été mis en parallèle avec les fiches descriptives des stations consultées auprès de Météo France. Aucun changement de ce type n'a été détecté. Ceci s'explique par le fait que les tests de rupture de Pettitt et de Buishand ont la capacité de détecter des tendances, le test de Buishand étant même parfois plus puissant que certains tests de détection de tendance (*Lang et al.*, 2003). En effet, on a observé que les stations admettant une rupture présentent toutes une tendance statistiquement significative des maxima annuels, selon le test de Mann-Kendall (*Pujol et al.*, 2007).

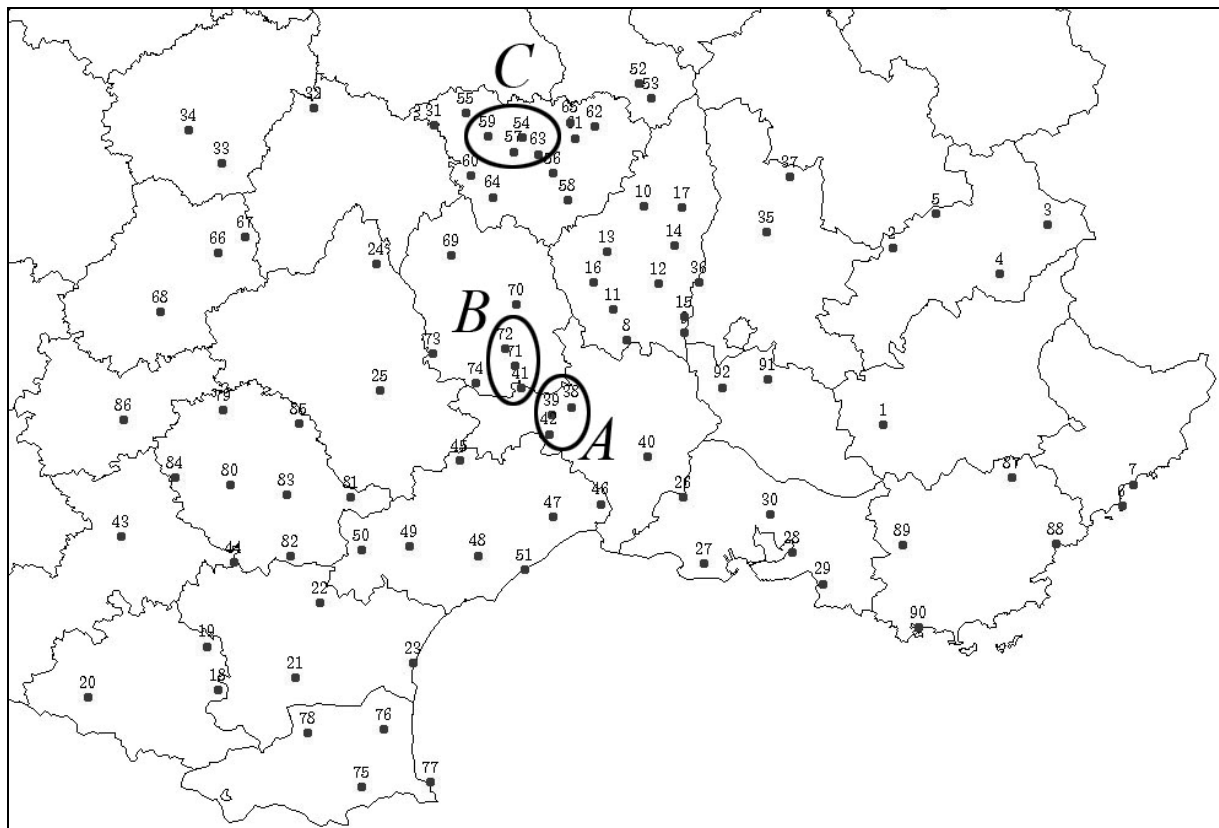


Figure 1. Localisation des pluviomètres (numérotés de 1 à 92) et des zones A, B et C.

L'analyse multivariée des précipitations extrêmes sera illustrée par trois applications en dimensions 3 et 4, dans les zones *A*, *B* et *C* (Figure 1). Les stations de la zone *A* (numérotées 38, 39, 42) sont les stations Gardoises de Générargues, Lasalle et Saint Hippolyte du Fort. Les stations de la zone *B* (numérotées 41, 71, 72) sont les stations de Saint André de Valborgne, Barre des Cévennes et Florac. Les stations de la zone *C* (numérotées 54, 57, 59, 63) sont les stations de Allègre, Fix Saint Geneys, Paulhaguet et Saint Paulien dans la Haute-Loire. Douglas (2000) a montré que si l'on ne tient pas compte de la dépendance des données, les tests de stationnarité sont libéraux. Ainsi, l'objectif de cette étude sera également de déterminer quelles sont les éventuelles conséquences du choix de la modélisation multivariée de la dépendance sur les tests et sur le calcul des quantiles. Ceci justifie le choix des zones *A*, *B* et *C*, pour lesquelles les stations sont proches et *a priori* dépendantes.

[3] Introduction aux copules

Dans une région donnée contenant m stations, considérons le vecteur aléatoire $(X^{(1)}, \dots, X^{(m)})$ de dimension m . Par exemple, $X^{(j)}$ représente la variable aléatoire « pluie maximale annuelle à la station j ». Nous nous intéressons ici à la loi jointe F du vecteur aléatoire :

$$F(x_1, \dots, x_m) = P(X^{(1)} \leq x_1, \dots, X^{(m)} \leq x_m)$$

Notons F_i les fonctions de répartition (f.d.r.) marginales, et f_i les densités associées. Dans le cas où les variables $X^{(j)}$ sont indépendantes, on a :

$$\begin{aligned} F(x_1, \dots, x_m) &= P(X^{(1)} \leq x_1, \dots, X^{(m)} \leq x_m) \\ &= P(X^{(1)} \leq x_1) \times \dots \times P(X^{(m)} \leq x_m) \\ &= F_1(x_1) \times \dots \times F_m(x_m) \end{aligned}$$

Cependant, on a pu observer que les séries de données issues de stations très proches géographiquement peuvent être fortement corrélées. L'hypothèse d'indépendance des séries n'est alors pas valable. Une approche intéressante consiste alors à utiliser des copules, qui sont des fonctions permettant de modéliser la structure de dépendance indépendamment des distributions marginales. Autrement dit, elles permettent de décrire le comportement individuel de chaque station, et couplent les lois marginales pour obtenir la loi jointe. Grâce à elles, on peut donc former des distributions multidimensionnelles avec différentes marginales, et la structure de dépendance sera donnée par la copule. En effet, d'après Sklar (1959), toute loi de probabilité multidimensionnelle F , dont les marges F_1, \dots, F_m sont continues, peut s'écrire de façon unique par une f.d.r. C dont la masse est concentrée sur $[0,1]^m$, appelée copule, qui vérifie :

$$C(u_1, \dots, u_m) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_m^{-1}(u_m))$$

Ou, de manière équivalente :

$$F(x_1, \dots, x_m) = C(F_1(x_1), \dots, F_m(x_m))$$

La densité multivariée du vecteur aléatoire s'écrit alors :

$$f(x_1, \dots, x_m) = \left(\prod_{j=1}^m f_j(x_j) \right) \times c(F_1(x_1), \dots, F_m(x_m))$$

$$\text{où } c(u_1, \dots, u_m) = \frac{\partial^m C}{\partial u_1 \dots \partial u_m}(u_1, \dots, u_m)$$

La fonction c représente la densité de la copule C . On note que la copule représente la structure de dépendance du vecteur aléatoire. L'exemple le plus simple est celui de variables indépendantes :

$$\forall (u_1, \dots, u_m) \in [0,1]^m, \quad C(u_1, \dots, u_m) = u_1 \times \dots \times u_m$$

Dans la littérature, en dehors du domaine de la statistique, c'est surtout en finance et en actuariat que l'on retrouve l'approche par copules. Les livres de Joe (1997) et de Nelsen (1999) présentent une introduction générale aux copules. De plus, on peut se référer au livre de Salvadori *et al.* (2007) pour des applications au domaine des événements extrêmes météorologiques. Dans le domaine spécifique de l'hydrologie, on peut citer Favre *et al.* (2004), Genest & Favre (2007) et Genest *et al.* (2007).

[3.1] Copule Gaussienne

La copule Gaussienne multivariée (Renard & Lang, 2006) est paramétrée par une matrice Σ décrivant les dépendances deux à deux entre les variables. On note $\Phi_{m,\Sigma}$ la f.d.r. de la loi Gaussienne centrée multivariée de dimension m , et de matrice de variance-covariance Σ . On note $\phi_{m,\Sigma}$ sa fonction de densité. La f.d.r. de la loi Normale centrée réduite, et sa densité, sont respectivement notées Φ et ϕ . Ainsi, la fonction de répartition de la copule Gaussienne, et la densité associée, s'écrivent respectivement :

$$\blacksquare C_G(u_1, \dots, u_m) = \Phi_{m,\Sigma}(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_m))$$

$$\blacksquare c_G(u_1, \dots, u_m) = |\Sigma|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \bar{\lambda}' (\Sigma^{-1} - I_m) \bar{\lambda} \right\}$$

$$\text{où } \bar{\lambda} = (\lambda_j)_{j=1, \dots, m} : \lambda_j = \Phi^{-1}(u_j)$$

Cette copule ne permet pas de mesurer la dépendance entre les queues des distributions marginales. Il s'agit d'une propriété contraignante lorsqu'on veut évaluer la dépendance entre les événements rares. La Figure 2 en est une illustration : elle représente la densité de la copule Gaussienne bivariée ajustée aux deux séries de précipitations max annuelles (1945-2004) des stations Ardéchoises Montpezat (X1) et Valgorce (X2) (numérotées 13 et 16 sur la Figure 1).

[3.2] Copule de Student

De même que la copule Gaussienne, la copule de Student (Salvadori *et al.*, 2007) est paramétrée par une matrice Σ décrivant les dépendances deux à deux entre les variables. On note $T_{\nu,m,\Sigma}$ la f.d.r. de la loi de Student multivariée de dimension m , à ν degrés de liberté, et de

matrice de variance-covariance Σ . On note $t_{\nu,m,\Sigma}$ sa fonction de densité. La f.d.r. de la loi de Student à ν degrés de liberté, et sa densité, sont respectivement notées T_ν et t_ν . La copule de Student est alors définie par :

$$\blacksquare C_T(u_1, \dots, u_m) = T_{\nu,m,\Sigma}(T_\nu^{-1}(u_1), \dots, T_\nu^{-1}(u_m))$$

$$\blacksquare c_T(u_1, \dots, u_m) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+m}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)^{m-1}}{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)^m |\Sigma|^{1/2}} \times \frac{\left(1 + \frac{1}{\nu} \bar{\lambda}' \Sigma^{-1} \bar{\lambda}\right)^{-\frac{\nu+m}{2}}}{\prod_{j=1}^m \left(1 + \lambda_j^2 / \nu\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}}$$

$$\text{où } \bar{\lambda} = (\lambda_j)_{j=1, \dots, m} : \lambda_j = T_\nu^{-1}(u_j)$$

Comparativement à la copule gaussienne, la copule de Student permet, grâce à son degré de liberté, de mieux tenir compte des queues de distribution épaisses. En outre, lorsque ν tend vers l'infini, la copule de Student est égale à la copule Gaussienne. Aux mêmes données que celles du paragraphe 3.1, nous avons ajusté la copule de Student bivariée (Figure 2).

[3.3] Copule de Gumbel

La copule de Gumbel (ou modèle logistique) (Gumbel, 1960) est une copule des valeurs extrêmes. Elle présente l'avantage de mesurer la dépendance des événements les plus rares. Cependant, son paramètre de dépendance est unique à toutes les stations. Ainsi, en dimension supérieure à 2, il est préférable de l'utiliser dans une « petite » zone homogène, composée de stations dont les dépendances 2 à 2 sont proches *a priori*. Sa fonction de répartition s'écrit :

$$\blacksquare C_\alpha(u_1, \dots, u_m) = \exp\left\{-\sum_{j=1}^m (-\ln u_j)^{1/\alpha}\right\}^\alpha, \text{ (dépendance) } 0 \leq \alpha \leq 1 \text{ (indépendance)}$$

Le calcul explicite de la densité de la copule de Gumbel est beaucoup plus complexe que précédemment. Si les lois marginales sont de type Gumbel ou GEV, la densité est fournie par Shi (1995a ; 1995b).

Tawn (1990) propose un modèle logistique asymétrique, plus complexe, mais où plusieurs paramètres de dépendance sont définis pour chaque sous groupes de stations. De même que précédemment, nous avons ajusté la copule de Gumbel bivariée aux données du paragraphe 3.1 (Figure 2). On observe ici que la densité de Gumbel est plus élevée pour les événements les plus rares.

[3.4] Discussion

Le Tableau 1 ci-dessous rapporte, en années, les périodes de retour de l'événement (u,u) , en millimètres, des stations numérotées 13 et 16, pour chacune des trois modélisations Gaussienne, Student et Gumbel. Si la Figure 2 montre que les copules de Student et Gumbel semblent mieux modéliser la dépendance des valeurs rares que la copule gaussienne, le

Tableau 1 montre que les conséquences du choix de la copule sur les périodes de retour sont importantes. Par exemple, pour l'événement 290 mm, la période de retour est estimée à 67.4 ans pour la copule Gaussienne, et à 33.1 ans pour la copule de Gumbel, soit le double. Cette différence croit lorsqu'on augmente le quantile, ce qui est logique puisque on se trouve alors dans la catégorie des événements rares dépendants, et que la copule Gaussienne suppose l'indépendance de tels événements. Entre outre, la copule de Student, grâce à son degré de liberté, permet de modéliser, dans une moindre mesure que la copule de Gumbel, les événements rares corrélés. En effet, on observe que l'estimateur de son degré de liberté est égal à 3, et que sa densité, sur le graphique, s'allonge en queue de distribution. La question est alors de savoir quel modèle de dépendance est sous-jacent aux données.

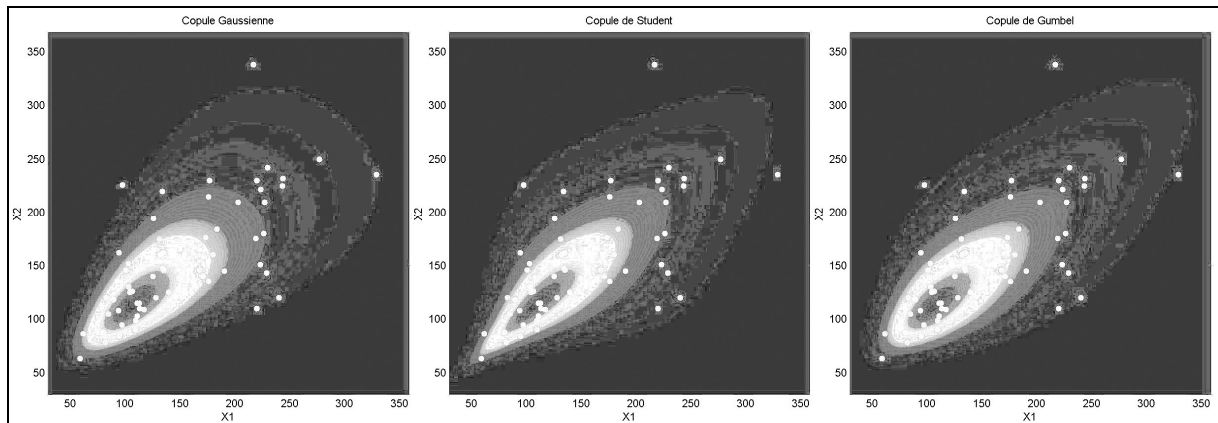


Figure 2. Densités des copules Gaussienne, Student et Gumbel ajustées aux séries de précipitations max annuelles (1945-2004) des stations Ardéchoises Montpezat et Valgorce.

u	Gaussienne	Student	Gumbel
170	5.0	4.7	4.6
210	12.2	11.3	9.4
250	29.4	25.8	18.2
290	67.4	56.1	33.1
330	146.7	116.1	57.2

Tableau 1. Périodes de retour, en années, de l'événement (u,u) pour les stations n° 13 et 16.

[4] Etude régionale de stationnarité

L'objectif est de créer un test paramétrique de détection de non stationnarité dans les séries pluviométriques. On suppose que la distribution marginale GEV en une station comprend des paramètres locaux, et des paramètres régionaux qui sont identiques sur toute la région étudiée. L'étude de stationnarité comprend les deux modèles stationnaire (M_0) et non stationnaire (M_1) définis ci-dessous. Le test du Rapport de Vraisemblance Maximale (Coles, 2001) est ensuite appliqué.

$$\begin{cases} M_0 : X_t^{(j)} = \text{GEV}(\mu_j, \sigma_j, \xi) \\ M_1 : X_t^{(j)} = \text{GEV}(\mu_j(1 + \delta_1 t), \sigma_j(1 + \delta_2 t), \xi) \end{cases}, j = 1, 2, \dots, m$$

Ici, $X_t^{(j)}$ désigne la précipitation max annuelle ayant lieu à la station j ($j = 1, \dots, m$), l'année t ($t = 1, \dots, n$). La dépendance au temps est exprimée *via* les paramètres de position et d'échelle : ils s'écrivent comme le produit d'une composante locale constante μ_j (resp. σ_j) et d'une tendance régionale $(1 + \delta t)$. Le paramètre de forme ξ est supposé régional et constant.

Ensuite, pour les copules gaussienne et Student, la dépendance entre les stations est résumée par la matrice des corrélations Σ . Afin d'éviter une surparamétrisation du modèle, une solution classique très usitée en géostatistiques consiste à supposer la dépendance ρ_{ij} entre deux stations i et j définie par une fonction décroissante de la distance d_{ij} qui les sépare :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1m} \\ & \ddots & & \rho_{2m} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \rho_{ij} = \gamma_0 \times \exp(-\gamma_1 d_{ij}) & \text{si } i \neq j \text{ avec } \gamma_0, \gamma_1 > 0 \\ \rho_{ii} = 1 \end{cases}$$

La discontinuité de la fonction de dépendance lorsque la distance tend vers 0 est appelée « effet de pépite ». Elle traduit le fait que deux stations très proches ne sont pas parfaitement dépendantes, *i.e.* ne vérifient pas $\rho = 1$.

Enfin, la vraisemblance des observations est exprimée au moyen de la copule Gaussienne, de Student ou de Gumbel. En raison du grand nombre de paramètres à estimer, elle est optimisée par Algorithmes Génétiques.

[5] Optimisation par Algorithmes Génétiques

Les algorithmes génétiques (Reynès, 2007) sont des algorithmes d'optimisation inspirés des mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique. De façon très intuitive, on identifie le problème à un environnement donné (ici, la fonction de vraisemblance à optimiser), et une solution à un individu (l'ensemble des paramètres de la fonction) évoluant dans cet environnement. L'originalité des algorithmes génétiques est de travailler non pas à partir d'un individu (solution) initial, mais à partir d'une population initiale d'individus, qu'il s'agit de faire évoluer jusqu'à la convergence de tous les individus la composant vers l'optimum. A chaque génération, l'évolution de la population est similaire aux mécanismes d'évolution de la nature (croisements, mutations, sélections). On ne retient alors que les individus les mieux adaptés (ceux qui survivent) à cet environnement. Au bout d'un certain nombre de générations, les individus restants sont censés être particulièrement adaptés à l'environnement donné. On obtient ainsi des solutions très proches de la solution idéale du problème, c'est-à-dire, dans notre contexte, des estimateurs de vraisemblance maximale. La Figure 3 résume le déroulement général d'un algorithme génétique (AG).

Le principe des AG est le suivant : tout d'abord, on choisit une population initiale de solutions (individus) possibles. Cette population doit être hétérogène de sorte à explorer de manière efficace l'espace des solutions, et ainsi permettre la convergence vers la solution globale du problème. Ainsi, à chaque itération, on fait évoluer cette population en y appliquant les opérateurs de mutation, de croisement et de sélection définis ci-dessous :

- **Mutation** : permet d'obtenir n'importe quelle solution à partir de toute autre en un nombre fini d'étapes.
- **Croisement** : permet l'échange de paramètres entre 2 individus.
- **Sélection** : favorise la survie des meilleurs individus.

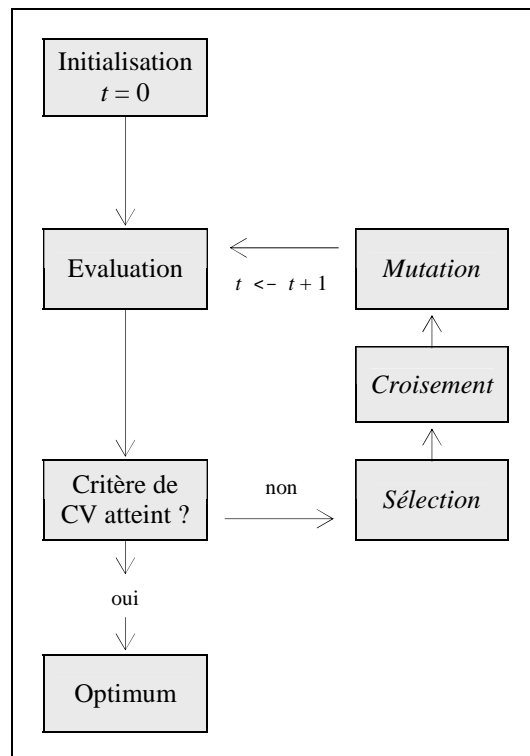


Figure 3. Déroulement global de l'algorithme génétique.

De plus, l'étape d'*élitisme* consiste à conserver le meilleur individu d'une génération à la génération suivante. Ce faisant, à chaque itération, on est certain d'être au moins aussi bon qu'à la précédente. Enfin, la convergence des algorithmes génétiques est démontrée (Bhandari et al., 1996). En pratique, on considère qu'il y a convergence lorsque une solution a « inondé » la population. Enfin, on note que les AG permettent de respecter les caractéristiques d'un paramètre à estimer, par exemple son caractère entier.

[6] Résultats

La méthodologie présentée ci-dessus est appliquée aux données des zones A, B et C. Le test de Déviance (Coles, 2001) est également effectué localement (Tableau 2). Le Tableau 3 fournit les Estimateurs de Vraisemblance Maximale (EVM) pour le modèle stationnaire OU non stationnaire, suivant la *p-value* du test de stationnarité. On considère qu'un test est significatif si sa *p-value* est inférieure à 10 % (cases grisées).

Zone \ Station	1	2	3	4
A	0.1023	0.2516	0.1275	-
B	0.0656	0.0260	0.0970	-
C	0.3407	0.2852	0.0040	0.8609

Tableau 2. *p-values* des tests locaux de stationnarité dans les zones A, B et C.

<i>p-value</i>	Test régional, zone A			Test régional, zone B		
	Gaus.	Stud. ($\nu = 16$)	Gumbel	Gaus.	Stud. ($\nu = 10$)	Gumbel
	0.1291	0.0921	0.1175	0.0513	0.0358	0.0330
μ_1	87.39	78.60	85.58	88.03	87.42	84.646
σ_1	30.31	22.16	30.23	27.96	28.23	25.188
μ_2	107.08	96.97	105.56	82.31	81.64	80.895
σ_2	39.63	29.30	38.72	26.80	26.75	24.88
μ_3	81.71	73.04	80.22	63.31	62.44	60.938
σ_3	27.29	19.46	27.49	21.85	21.62	20.476
γ_0	0.999	0.999	$\alpha = 0.476$	0.999	0.999	$\alpha = 0.509$
γ_1	0.0266	0.0270		0.0271	0.0282	
ξ	0.151	0.144	0.259	0.081	0.094	0.233
δ_1 e-03	-	4.41	-	6.42	6.82	6.90
δ_2 e-03	-	13.29	-	3.46	2.99	5.99

<i>p-value</i>	Test régional, zone C		
	Gaus.	Stud. ($\nu = 8$)	Gumbel
	0.1212	0.1703	0.2952
μ_1	43.19	43.60	43.12
σ_1	9.70	9.99	9.68
μ_2	44.14	44.40	44.34
σ_2	11.32	11.49	11.22
μ_3	39.43	39.74	38.83
σ_3	11.41	11.47	11.45
μ_4	40.47	40.50	40.28
σ_4	12.20	11.93	12.16
γ_0	0.695	0.691	$\alpha = 0.650$
γ_1	0.0269	0.0249	
ξ	- 0.0076	0.0121	0.048
δ_1 e-03	-	-	-
δ_2 e-03	-	-	-

Tableau 3. *EVM* des modèles stationnaire ou non stationnaire (cf. les *p-values*).

Tout d'abord, on note que les EVM de la copule gaussienne et de la copule de Student sont très proches. De plus, la principale différence avec la copule de Gumbel vient du paramètre de forme ξ de la loi GEV, dont l'estimateur est beaucoup plus élevé pour la copule des valeurs extrêmes. Ceci signifie que les queues des distributions sont plus lourdes dans ce dernier cas, ce qui explique les différences observées au paragraphe 3.4 sur le calcul des quantiles.

Ensuite, concernant les tests régionaux de stationnarité, on note qu'au risque 10%, la zone A est proche de la significativité pour les copules Gaussienne et de Gumbel, alors que la modélisation par copule de Student présente une tendance à la hausse des max-annuels dans cette zone. Le choix de la modélisation multivariée joue donc un rôle dans ce cas.

Enfin, seule la zone *B* présente une tendance régionale à la hausse des précipitations max annuelles quelle que soit la copule utilisée. De même que précédemment, on observe que les EVM des tendances sur les paramètres de position et d'échelle sont très proches pour les copules Gaussienne et de Student. En comparaison, la tendance estimée sur le paramètre d'échelle, pour la copule de Gumbel, est doublée. Par conséquent, l'ampleur des tendances détectées varie ici du simple au double suivant le modèle de dépendance choisi *a priori*.

[7] Conclusion

Tout d'abord, on note que définir un modèle régional de changement permet de détecter, le cas échéant, un changement cohérent spatialement, donc cohérent avec l'hypothèse du changement climatique. Ensuite, si les copules de Student et de Gumbel semblent mieux modéliser la dépendance des valeurs rares que la copule gaussienne, la copule de Gumbel devrait être la mieux adaptée pour modéliser la dépendance des précipitations extrêmes. Or, le choix de la copule utilisée a une forte influence sur le calcul des périodes de retour, ainsi que sur les conclusions du test de stationnarité et l'ampleur des tendances estimées. Par conséquent, il semble nécessaire, à ce stade, de tester la qualité d'ajustement des copules afin de sélectionner la plus appropriée aux données.

Bibliographie

- Bhandari D., Murthy C.A., Pal S.K., 1996. Genetic algorithm with elitist model and its convergence. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, **10**(6), 731-747.
- Bechtold P., Bazile E., 2001. The 12-13 november flash flood in southern France, *Atmospheric Research*, **56**, 171-189.
- Coles S., 2001. *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Springer. 208 p.
- Douglas E.M., Vogel R.M., Kroll C.N., 2000. Trends in flood and low flows in the United States: impact of spatial correlation. *J. Hydrol.*, **240**, 90-105.
- Favre A.C., El Adlouni S., Perreault L., Thiémonge N., Bobée B., 2004. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water Resour. Res.*, **40**, W01101, doi:10.1029/2003WR002456.
- Genest C., Favre A.C., 2007. Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask, *J. Hydrol. Eng.*, **12**, 347-368.
- Genest C., Favre A.C., Béliveau J., Jacques C., 2007. Metaelliptical copulas and their use in frequency analysis of multivariate hydrological data. *Water Resources Research*, **43**, W09401, doi:10.1029/2006WR005275.
- GIEC, 2001. *Bilan 2001 des changements climatiques : Les éléments scientifiques*. Contribution du Groupe de travail I au troisième rapport d'évaluation du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat, OMM/PNUE, 97 p.
- Gumbel E.J., 1960. Distributions de valeurs extrêmes en plusieurs dimensions. *Publ. Inst. Statist. Paris*, **9**, 171-3.
- Joe H., 1997. *Multivariate Models and Dependence Concepts*. Monographs on Statistics and Applied Probability. Chapman & Hall, London.

- Lang M., Bois P., Mestre O., Niel H., Sauquet E., 2003. Détection de changements éventuels dans le régime des crues, *Projet National de Recherche en Hydrologie*.
- Nelsen R.B., 1999. *An introduction to copulas*. Lecture Notes in Statistics, Springer-Verlag, New York.
- Neppel L., Desbordes M., Montgaillard M., 2001. Fréquence de l'épisode pluvieux à l'origine des inondations des 12 et 13 novembre 1999 dans l'Aude, *C.R. Sciences de la Terre et des Planètes*, **332**, 267- 273.
- Neppel L., Bouvier C., Vinet F., Desbordes M., 2003. Sur l'origine de l'augmentation apparente des inondations en région méditerranéenne, *Revue des Sciences de l'Eau*, **16**, 475-493.
- Pujol N., Neppel L., Sabatier R., 2007. Regional tests for trend detection in maximum precipitation series in the French Mediterranean region. *Hydrological Sciences Journal*, **52**(5), 956-973.
- Renard B., Lang M., 2006. Use of a Gaussian copula for multivariate extreme value analysis : some case studies in hydrology. *Adv. water resour.*, **30**(4), 897-912.
- Reynès C., 2007. *Etude des Algorithmes Génétiques et Application aux Données de Protéomique*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 1, France.
- Salvadori G., De Michele C., Kottegoda N.T., Rosso R., 2007. *Extremes in Nature. An approach using Copulas*. Water Science and Technology Library Series, Vol. **56**. Springer.
- Shi D., 1995a. Fisher Information for a Multivariate extreme value distribution. *Biometrika*, **82**(3), 644-649.
- Shi D., 1995b. Multivariate extreme value distribution and its Fisher information matrix. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, **11**(4), 421-428.
- Sklar A., 1959. Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publ. Inst. Stat. Univ. Paris*, **8**, 229-231.
- Tawn J.A., 1990. Modelling Multivariate Extreme Value Distributions. *Biometrika*, **77**(2), 245-253.